

TRAIN AVANT DISPOSITIF ANTI-CABRAGE

1 - VEHICULE AU REPOS

- 1 - Actions du sol sur les roues

Véhicule 1 isolé.

Bilan des actions mécaniques

En G le poids : $\vec{P} = -m \cdot g \cdot \vec{z}$

En N et H les actions du sol :

$\vec{N}_0 = N_0 \cdot \vec{z}$; $\vec{H}_0 = H_0 \cdot \vec{z}$

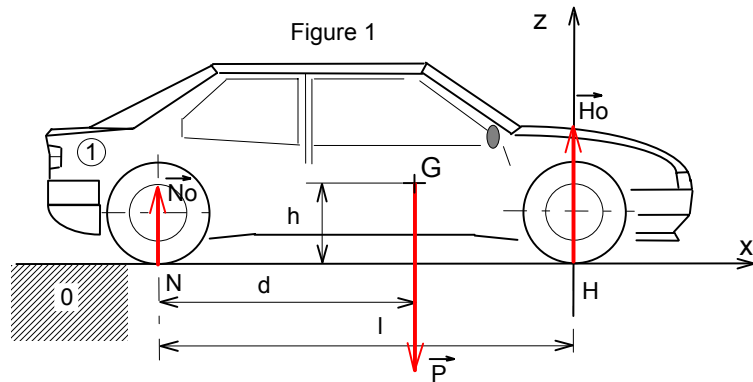
Le véhicule est en équilibre donc

$$\sum \vec{M}_{(N)_{ext \rightarrow 1}} = \vec{0} \Rightarrow \vec{N}G \wedge \vec{P} + \vec{N}H \wedge \vec{H}_0 = 0$$

$$\Rightarrow \left[(d \cdot \vec{x} + h \cdot \vec{z}) \wedge (-m \cdot g \cdot \vec{z}) \right] + (l \cdot \vec{x} \wedge H_0 \cdot \vec{z}) = (d \cdot m \cdot g - l \cdot H_0) \cdot \vec{y} = \vec{0} \Rightarrow d \cdot m \cdot g - l \cdot H_0 = 0 \Rightarrow H_0 = \frac{d \cdot m \cdot g}{l}$$

$$\sum \vec{F}_{ext \rightarrow 1} = \vec{0} \Rightarrow N_0 + H_0 - m \cdot g = 0 \quad (1) \quad N_0 + \frac{m \cdot g \cdot d}{l} - m \cdot g = 0 \Rightarrow N_0 = m \cdot g - \frac{m \cdot g \cdot d}{l} \Rightarrow N_0 = m \cdot g \cdot \frac{l-d}{l}$$

Valeurs numériques : $H_0 = \frac{1,5 \cdot 1100 \cdot 9,81}{2,7} = 5995 \text{ N}$ et $N_0 = 1100 \cdot 9,91 \cdot \frac{2,7 - 1,5}{2,7} = 4796 \text{ N}$



2 - VEHICULE EN PHASE D'ACCELERATION (voir figure 2)

- 2 - 1 - Accélération du véhicule

Dans l'intervalle 0, 16,4 s le mouvement du véhicule est un mouvement de translation rectiligne uniformément varié donc

$$\gamma = cte, \quad V = \gamma \cdot t + V_0,$$

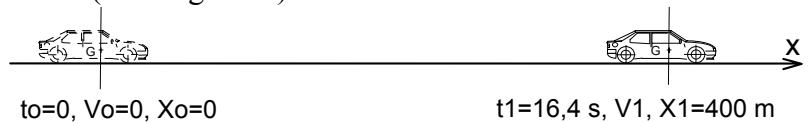
$$X = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 + V_0 \cdot t + X_0$$

Ici $V_0 = 0$ et $X_0 = 0$

$$\text{donc } V = \gamma \cdot t \text{ et } X = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2$$

à $t_1 = 16,4 \text{ s}$, $X_1 = 400 \text{ m}$

$$\gamma = \frac{2 \cdot X_1}{t_1^2} = \frac{2 \cdot 400}{16,4^2} = 2,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \approx 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



2 - 2 - Actions du sol sur les roues

-2-2- 1 - Expression, en fonction de mg, d, h, l et γ , des actions du sol sur les roues.

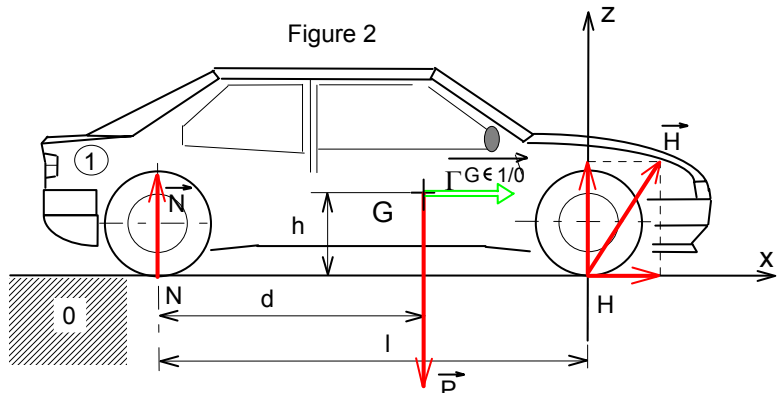
Véhicule 1 isolé.

Bilan des actions mécaniques :

Le poids

Les actions du sol

$$\text{En G } [P_{0/1}] = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -m \cdot g & 0 \end{Bmatrix}_G ; \quad \text{En N } [N_{0/1}] = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ ZN & 0 \end{Bmatrix}_N ; \quad \text{En H } [H_{0/1}] = \begin{Bmatrix} XH & 0 \\ 0 & 0 \\ ZH & 0 \end{Bmatrix}_H$$



On applique le principe fondamental au véhicule.

$$\sum \vec{F}_{ext \rightarrow 1} = m \cdot \vec{\Gamma}_{G \in 1/0} \quad (1) \text{ et } \sum \vec{M}_{(N)_{ext \rightarrow 1}} = \vec{\delta}_{(N)1/0} = \vec{\delta}_{(G)1/0} + \vec{N}G \wedge m \cdot \vec{\Gamma}_{G \in 1/0} \quad (2)$$

$$\text{Avec : } \vec{\delta}_{(G)1/0} = \frac{d \vec{\sigma}_{(G)1/0}}{dt} = \frac{d(J \cdot \vec{\Omega}_{1/0})}{dt} = J \cdot \vec{\dot{\Omega}}_{1/0}$$

Ici $\vec{\delta}_{(G)/0} = \frac{d\vec{\sigma}_{(G)/0}}{dt} = J \cdot \dot{\vec{\Omega}}_{1/0} = \vec{0}$ car $\vec{\Omega}_{1/0} = \vec{0}$.et.. $\dot{\vec{\Omega}}_{1/0} = \vec{0} \forall t$ donc $\sum \vec{M}_{(N)ext \rightarrow 1} = \vec{N}G \wedge m \cdot \vec{\Gamma}_{G \in l/0}$

$$\vec{N}G \wedge \vec{P} + \vec{N}H \wedge \vec{H}o = \vec{N}G \wedge m \cdot \vec{\Gamma}_{G \in l/0} \Rightarrow \begin{pmatrix} d & 0 \\ 0 \wedge & 0 \\ h & -mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l & XH \\ 0 \wedge & 0 \\ 0 & ZH \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d & m \cdot \gamma \\ 0 \wedge & 0 \\ h & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow d \cdot m \cdot g - l \cdot ZH = h \cdot m \cdot \gamma$$

$$\Rightarrow \boxed{ZH = \frac{d \cdot m \cdot g - h \cdot m \cdot \gamma}{l}} \quad (d)$$

$$(1) \Rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} XH \\ 0 \\ ZH \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ZN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \cdot \gamma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} XH = m \cdot \gamma & (a) \\ 0 = 0 & (b) \\ -m \cdot g + ZH + ZN = 0 & (c) \end{matrix}$$

(a) $\Rightarrow \boxed{XH = m \cdot \gamma}$

On remplace ZH par sa valeur (d) dans (c) : $-m \cdot g + \frac{d \cdot m \cdot g - h \cdot m \cdot \gamma}{l} + ZN = 0 \Rightarrow \boxed{ZN = \frac{m \cdot g \cdot (1 - d) + m \cdot \gamma \cdot h}{l}}$

Valeurs numériques : $XH = m \cdot \gamma = 1100 \cdot 3 = 3300 \text{ N}$

$$ZH = \frac{1,5 \cdot 1100 \cdot 9,81 - 0,785 \cdot 1100 \cdot 3}{2,7} = 5036 \cdot \text{N} ; ZN = \frac{1100 \cdot 9,81 \cdot (2,7 - 1,5) + 1100 \cdot 3 \cdot 0,785}{2,7} = 5755 \cdot \text{N}$$

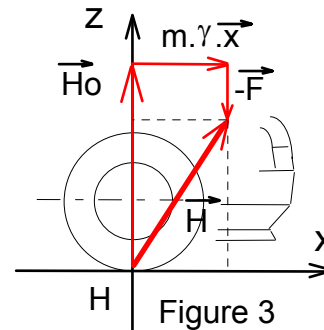
-2-2-2- Calcul de la surcharge \vec{F} sur le train arrière.

On a : $\vec{N} = \vec{N}o + \vec{F}$, avec $\vec{F} = F \cdot \vec{z}$ et $F > 0$.

On remplace \vec{N} et $\vec{N}o$ par leurs expressions trouvées précédemment

$$\frac{m \cdot g \cdot (1 - d) + m \cdot \gamma \cdot h}{l} = m \cdot g \cdot \frac{1 - d}{l} + F \Rightarrow F = \frac{m \cdot g \cdot (1 - d) + m \cdot \gamma \cdot h - m \cdot g \cdot (1 - d)}{l}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{m \cdot \gamma \cdot h}{l}}$$



Comme $ZH = \frac{d \cdot m \cdot g - h \cdot m \cdot \gamma}{l} = \frac{d \cdot m \cdot g}{l} - F$ et $Ho = \frac{d \cdot m \cdot g}{l}$, on en déduit que : $\boxed{ZH = Ho - F}$

3 - VEHICULE EN PHASE D'ACCELERATION : ETUDE DU DEMI-TRAIN AVANT GAUCHE

3 - 1 - Isostatisme

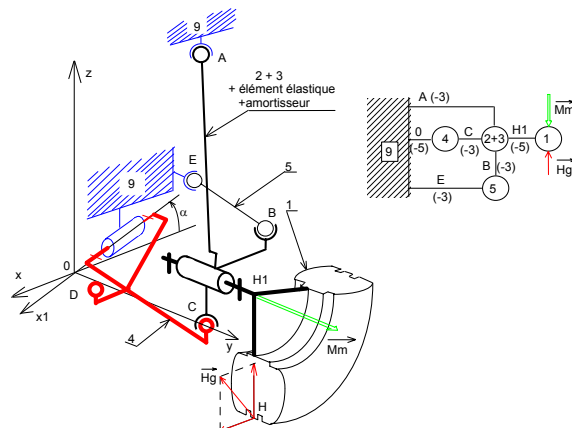
Montrons que le système matériel { 1, 2, 5, 4 } est isostatique. On a : $h = \sum lij - (6 \cdot p - \mu - m_i)$

- $m_i = 1$ rotation de 5 autour de son axe,
- $\mu = 1$ relation entre le couple moteur Mm et Hg
- l'action du sol sur la roue,
- $p = 4$ quatre solides , 1, 2+3, 4 et 5
- $\sum lij$:

$$l_{9 \rightarrow 4} \text{ et } l_{(2+3) \rightarrow 4} = \text{deux liaisons pivots}$$

$$l_{5 \rightarrow 9}, l_{(2+3) \rightarrow 4}, l_{(2+3) \rightarrow 9}, l_{(2+3) \rightarrow 5} = \text{quatre sphériques}$$

- $h = 5 \cdot 2 + 3 \cdot 4 - (6 \cdot 4 - 1 - 1) = 22 - (24 - 2) = 0$
- le système matériel { 1, 2, 5, 4 } est isostatique

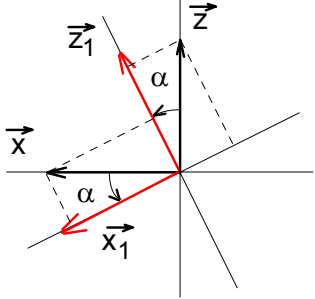


3-3-2- Calcul du moment en O des actions de 2 sur 4 au niveau de C.

La liaison 2→4 en C est une liaison sphérique donc les actions de 2→4 se réduisent en C à :

$$[C_{2/4}] = \begin{Bmatrix} XC & 0 \\ YC & 0 \\ ZC & 0 \end{Bmatrix}_C \quad \text{0}_{x,y,z} \cdot \vec{M}_{(O)2 \rightarrow 4} = \vec{M}_{(C)2 \rightarrow 4} + \vec{OC} \wedge \vec{C} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & XC \\ 310 \wedge YC \\ 0 & ZC \end{vmatrix} \begin{matrix} 310.ZC \\ 0 \\ -310.XC \end{matrix} \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Exprimons ce moment dans la base (0, x₁, y, z₁)



$$\vec{x} = \cos\alpha \cdot \vec{x}_1 + \sin\alpha \cdot \vec{z}_1 \quad \text{et} \quad \vec{z} = \cos\alpha \cdot \vec{z}_1 - \sin\alpha \cdot \vec{x}_1$$

$$\vec{M}_{(O)2 \rightarrow 4} = 310ZC \cdot (\cos\alpha \cdot \vec{x}_1 + \sin\alpha \cdot \vec{z}_1) - 310XC \cdot (\cos\alpha \cdot \vec{z}_1 - \sin\alpha \cdot \vec{x}_1)$$

$$\vec{M}_{(O)2 \rightarrow 4} = \begin{pmatrix} 310 \cdot (ZC \cdot \cos\alpha + XC \cdot \sin\alpha) \\ 0 \\ 310 \cdot (ZC \cdot \sin\alpha - XC \cdot \cos\alpha) \end{pmatrix} \quad (0, x_1, y_1, z_1)$$

-3-3-3- Relation algébrique liant ZC à XC et alpha.

Le triangle 4 est en équilibre donc : $\sum \vec{M}_{(O)\text{ext} \rightarrow 4} \cdot \vec{x}_1 = 0$

$$310 \cdot (ZC \cdot \cos\alpha + XC \cdot \sin\alpha) = 0 \Rightarrow ZC \cdot \cos\alpha = -XC \cdot \sin\alpha \Rightarrow ZC = -\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \cdot XC \Rightarrow \boxed{ZC = -\tan\alpha \cdot XC}$$

- 3 - 4 - Détermination de XA, YA, ZA Ensemble { 2 + 3 + élément élastique + amortisseur } isolé

3-4-1 -Bilan des actions mécaniques agissant sur l'ensemble isolé.

Actions de la roue 1, au niveau de la liaison pivot, réduites en H1

$$[H1_{1/2}] = \begin{Bmatrix} 550.\gamma & 0 \\ 0 & 0 \\ (3000-160.\gamma) & 0 \end{Bmatrix}_{H1} \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions de la biellettes de direction 5 en B

$$[B_{5/2}] = \begin{Bmatrix} XB1 & 0 \\ 13.XB1 & 0 \\ -0,5.XB1 & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions du triangle inférieur 4 en C

$$[C_{4/2}] = \begin{Bmatrix} XC1 & 0 \\ YC1 & 0 \\ -0,18.XC1 & 0 \end{Bmatrix}_C \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions de la caisse 9 en A

$$[A_{9/2}] = \begin{Bmatrix} XA1 & 0 \\ YA1 & 0 \\ ZA1 & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \text{0}_{x,y,z}$$

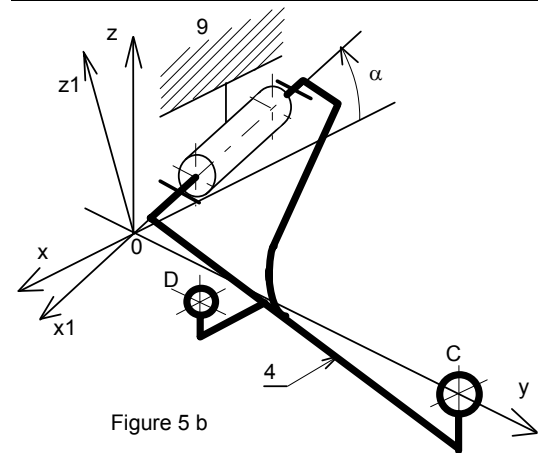


Figure 5 b

Actions de la roue 1, au niveau de la liaison pivot, réduites en H1

$$[H1_{1/2}] = \begin{Bmatrix} 550.\gamma & 0 \\ 0 & 0 \\ (3000-160.\gamma) & 0 \end{Bmatrix}_{H1} \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions de la biellettes de direction 5 en B

$$[B_{5/2}] = \begin{Bmatrix} XB1 & 0 \\ 13.XB1 & 0 \\ -0,5.XB1 & 0 \end{Bmatrix}_B \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions du triangle inférieur 4 en C

$$[C_{4/2}] = \begin{Bmatrix} XC1 & 0 \\ YC1 & 0 \\ -0,18.XC1 & 0 \end{Bmatrix}_C \quad \text{0}_{x,y,z}$$

Actions de la caisse 9 en A

$$[A_{9/2}] = \begin{Bmatrix} XA1 & 0 \\ YA1 & 0 \\ ZA1 & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \text{0}_{x,y,z}$$

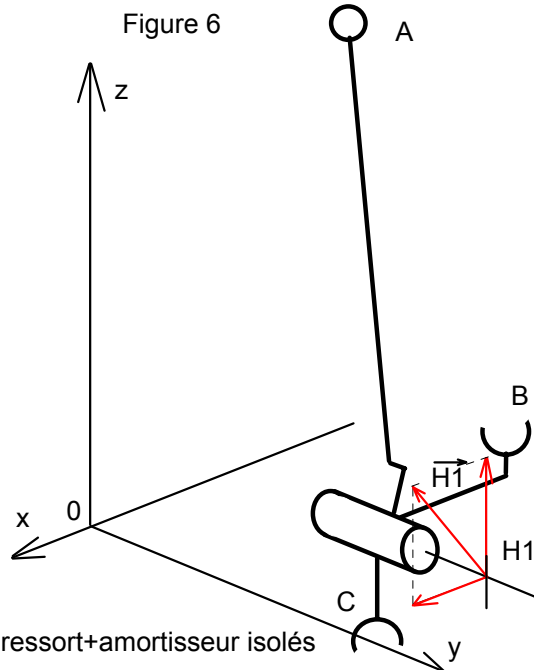


Figure 6

- 3 - 4 - 2 - Exprimons : XB_1, XC_1 et YC_1 en fonction de γ .

Le solide 2 est en équilibre donc : $\sum \vec{M}_{(A)ext \rightarrow 2} = \vec{0} \Rightarrow \vec{AB} \wedge \vec{B} + \vec{AC} \wedge \vec{C} + \vec{AH}_1 \wedge \vec{H}_1 = \vec{0}$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} -150 - (-20) = -130 \\ 275 - 200 = 75 \\ 100 - 500 = -400 \end{pmatrix} ; \vec{AC} = \vec{OC} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 - (-20) = 20 \\ 310 - 200 = 110 \\ 0 - 500 = -500 \end{pmatrix} ; \vec{AH}_1 = \vec{OH}_1 - \vec{OA} = \begin{pmatrix} -5 - (-20) = 15 \\ 330 - 200 = 130 \\ 70 - 500 = -430 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} -130 & XB_1 \\ \hline 75 & 13.XB_1 \\ -400 & -0,5.XB_1 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c|c} 20 & XC_1 \\ \hline 110 & YC_1 \\ -500 & -0,18.XC_1 \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c|c} 15 & 550\gamma \\ \hline 130 & 0 \\ -430 & 3000 - 160\gamma \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$5162,5.XB_1 - 19,8.XC_1 + 500.YC_1 + 390000 - 20800.\gamma = 0 \quad \mathbf{(1)}$$

$$-465.XB_1 - 496,4.XC_1 - 45000 - 234100.\gamma = 0 \quad \mathbf{(2)}$$

$$-1765.XB_1 - 110.XC_1 + 20.YC_1 - 71500.\gamma = 0 \quad \mathbf{(3)}$$

On élimine YC_1 en faisant : $20 \cdot \mathbf{(1)} + (-500) \cdot \mathbf{(3)} = \mathbf{(4)}$

$$\Rightarrow 985,75.XB_1 + 54,604.XC_1 + 7800 - 35334.\gamma = 0 \quad \mathbf{(4)}$$

On élimine ensuite XC_1 en faisant : $496,4 \cdot \mathbf{(4)} + 54,604 \cdot \mathbf{(3)}$, ce qui donne :

$$463935,44.XB_1 + 1414740 + 4757001.\gamma = 0 \Rightarrow XB_1 = -10,25.\gamma - 3$$

Dans $\mathbf{(4)}$ on remplace XB_1 par la valeur trouvée précédemment on trouve : $XC_1 = -462.\gamma - 88,7$

On remplace XB_1 et XC_1 par leur valeur dans $\mathbf{(3)}$ on a alors : $YC_1 = 129.\gamma - 752,6$

$XB_1 = -3 - 10.\gamma$	$XC_1 = -88 - 462.\gamma$	$YC_1 = -752 + 130.\gamma$
-------------------------	---------------------------	----------------------------

3 - 4 - 3 - Déterminons les expressions de : XA_1, YA_1 et ZA_1 en fonction de γ .

$\sum \vec{F}_{ext \rightarrow 2} = \vec{0}$ Car 2 est en équilibre :

sur ox : $XA_1 - 3 - 10.\gamma - 88 - 462.\gamma + 550.\gamma = 0 \Rightarrow XA_1 = -78.\gamma + 91$

sur oy : $YA_1 + 13 \cdot (-3 - 10.\gamma) - 752 + 130.\gamma = 0 \Rightarrow YA_1 = 791$

sur oz : $ZA_1 - 0,5 \cdot (-3 - 10.\gamma) - 0,18 \cdot (-88 - 462.\gamma) + 3000 - 160.\gamma = 0 \Rightarrow ZA_1 = 72.\gamma - 3017$

$XA_1 = -78.\gamma + 91$	$YA_1 = 791$	$ZA_1 = 72.\gamma - 3017$
--------------------------	--------------	---------------------------

4 - VERIFICATION DU DISPOSITIF ANTI-CABRAGE

- 4 - 1 - Recherche de l'action de 3 sur l'élément élastique

On isole 3. Bilan des actions mécaniques :

Action en A de la caisse 9 sur le tube de suspension 3

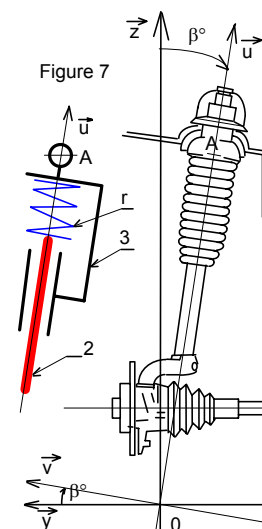
$$[A_{9/3}] = \begin{pmatrix} -78.\gamma + 91 & 0 \\ 791 & 0 \\ 72.\gamma - 3017 & 0 \end{pmatrix}_A \quad 0_{x,y,z}$$

Action du ressort r projetée dans le repère (o,x,v,u)

$$[U_{r/3}] = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ U & 0 \end{pmatrix}_A \quad 0_{x,v,u}$$

Actions du porte-moyeu 2 projetées dans le repère (o,x,vu)

$$[V_{2/3}] = \begin{pmatrix} X & L \\ V & M \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_A \quad 0_{x,v,u} \text{ (Liaison pivot glissant d'axe } 0u \text{)}$$



CLIMATISATION

1 - CARACTERISTIQUE DU R134.

Calcul de c_v et C_p

La relation de Mayer nous indique $C_p - C_v = r$ et nous savons que $\frac{C_p}{C_v} = \gamma$.

On en déduit $C_v = \frac{r}{\gamma - 1}$ et $C_p = \frac{\gamma \cdot r}{\gamma - 1}$ donc $C_v = \frac{85}{1,12 - 1} = 708. \text{J / kg. K}$ et $C_p = 1,12 \cdot 708 = 793. \text{J / kg. K}$

2 - CYCLE DU FLUIDE FRIGORIGENE

2 - 1 - Points qui correspondent aux états 1, 2, 5.

Voir le document III.

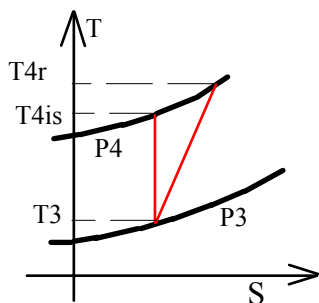
2 - 2 - température de fin de surchauffe T_3 .

La transformation 2→3 est une transformation isobare $\Rightarrow q_{2 \rightarrow 3} = C_p \cdot (T_3 - T_2) \Rightarrow T_3 = T_2 + \frac{q_{2 \rightarrow 3}}{C_p}$

$$T_3 = 278 + \frac{15000}{793} = 297. \text{K}$$

3 - ETUDE DE LA COMPRESSION

3 - 1 - Température de fin de compression isentropique T_{4is} .



$3 \rightarrow 4_{is} = \text{isentropique} \Rightarrow p_3 \cdot v_3^\gamma = p_4 \cdot v_{4is}^\gamma$
 l'air est assimilé à un gaz parfait donc
 $p_3 \cdot v_3 = r \cdot T_3$ et $p_4 \cdot v_{4is} = r \cdot T_{4is}$

$$\Rightarrow \frac{T_{4is}}{T_3} = \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_{4is} = T_3 \cdot \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 297 \cdot \left(\frac{10}{3,5}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} = 332. \text{K}$$

soit $t_{4is} = 59 \text{ }^\circ\text{C}$

3 - 2 - Température de fin de compression adiabatique réelle

$$\eta_{isc} = \frac{T_{4is} - T_3}{T_{4r} - T_3} \Rightarrow \eta_{isc} \cdot (T_{4r} - T_3) = T_{4is} - T_3 \Rightarrow T_{4r} = T_3 + \frac{T_{4is} - T_3}{\eta_{isc}} = 297 + \frac{332 - 297}{0,8} = 341. \text{K}$$

soit $t_{4r} = 68 \text{ }^\circ\text{C}$

3 - 3 - Mise en place des points 3, 4_{is} et 4_r. Voir le document III.

3 - 4 - tracé du cycle Voir le document III.

3 - 5 - Travail massique réel w_r que doit fournir le compresseur au fluide.

Relevé sur le graphique document III $w_r = 455 - 420 = 35 \text{ kJ/kg.K}$.

3 - 6 - Puissance fournie par le compresseur au fluide

$$P_r = q_m \cdot w_r = 35000 \cdot 0,13 = 4,55 \text{ kW}$$

3 - 7 - Puissance effective nécessaire pour entraîner le compresseur

$$P_{\text{eff}} = \frac{P_r}{\eta_m} = \frac{4,55}{0,9} = 5,1 \text{ kW}$$

4 - EFFICACITE DE L'INSTALLATION

4 - 1 - Quantité de chaleur échangée par 1 kg de fluide au niveau de l'évaporateur

$$q_{1 \rightarrow 3} = 420 - 255 = 165 \text{ kJ/kg}$$

4 - 2 - Quantité de chaleur échangée par 1 kg de fluide au niveau du condenseur

$$q_{4r \rightarrow 5} = 255 - 455 = -200 \text{ kJ/kg}$$

4 - 3 - Efficacité de l'installation

$$\varepsilon = \frac{q_{1 \rightarrow 3}}{w} = \frac{165}{35} = 4,7$$

5 - MODIFICATION DE L'EFFICACITE

5 - 1 - Eléments qui influent sur ε

$$\varepsilon = \frac{q_{1 \rightarrow 3}}{w}$$

- agir sur w en améliorant η_{is}

- agir sur $q_{1 \rightarrow 3} = h_3 - h_1$ soit augmenter la surchauffe h_3 , soit agir sur le refroidissement h_1 .

5 - 2 - Pour une efficacité $\varepsilon = 5$ sans agir sur w

5-2-1- Calcul de la quantité de chaleur échangée alors au niveau de l'évaporateur $q_{1 \rightarrow 3}$.

$$q_{1 \rightarrow 3} = w \cdot \varepsilon = 35 \cdot 5 = \mathbf{175 \text{ kJ/kg}}$$

5-2-2- Calcul de la quantité de chaleur échangée alors au niveau de du condenseur.

$$w + q_{1 \rightarrow 3} + q_{4r \rightarrow 5} = 0 \text{ (premier principe)}$$

$$q_{4r \rightarrow 5} = w + q_{1 \rightarrow 3} = 35 + 175 = \mathbf{210 \text{ kJ/kg}}$$